После нахождения амплитудных X_i (максимальных) значений сил инерции из решения системы уравнений (1.4), эпюра динамических изгибающих моментов может быть построена путем сложения единичных эпюр, предварительно умноженных на значение X_i, с эпюрой M_p от амплитудных значений нагрузки.

1.2 Последовательность динамического расчета балки с одной степенью свободы.

На двухопорной балке (двутавр №36; погонная масса q = 46,8 кг/м; I_x = 13380 см^4; W_x = 743 см^3; модуль Юнга $E = 2\cdot10^5$ МПа $= 2\cdot10^4$ кН/см^2) посередине пролета установлен электромотор массой M = 3568 кг (рис. 1.2). В связи с несовпадением оси вращения ротора с его центральной осью образовался эксцентриситет e = 0,25 *см*, что создает из-за динамической неуравновешенности последнего вибрационную нагрузку на балку. Масса неуравновешенной части ротора m = 698,6 кг, а число оборотов его n = 550 об/мин. Требуется проверить эту систему на резонанс, а также прочность балки при [σ] = 120 МПа (при переменных напряжениях, возникающих в элементах конструкции при колебаниях, допускаемые напряжения понижают).

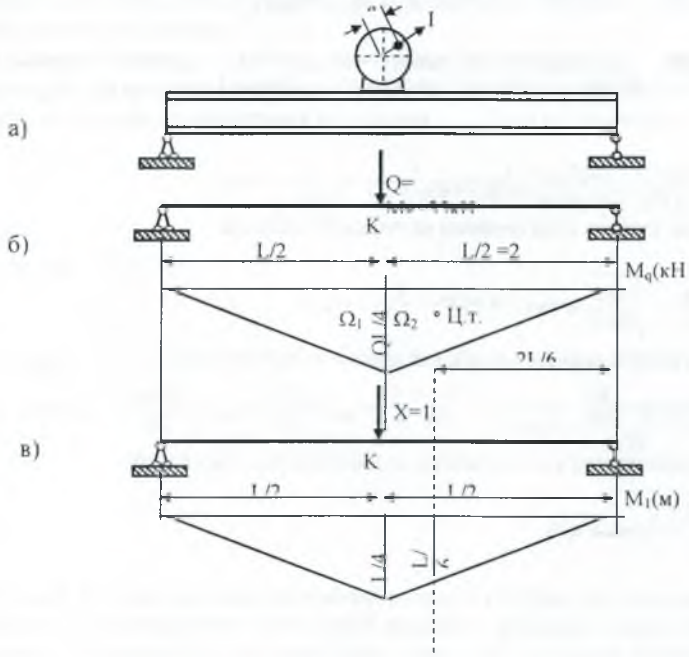

Рис. 1.2. К расчету балки на колебания: *а* – заданная балка; *б* – расчетная схема и ее грузовое состояние; *в* – единичное состояние.

Решение.

1. Пренебрегая массой балки (считая ее невесомой), устанавливаем, что такая система обладает одной степенью свободы, ибо положение массы M при вертикальных колебаниях балки определяется одной координатой – прогибом ее в точке крепления электромотора (т. е. посередине пролета).

2. Проверка на резонанс. Для этого надо вычислить статический прогиб балки $\Delta_{ст}$ в точке K (рис. 1.2,*а*). Используем метод Мора в форме Верещагина. Сначала строим эпюру изгибающих моментов грузового состояния от действия веса Q (рис. 1.2, *б*), потом эпюру единичного состояния (рис. 1.2, *в*). По участкам вычисляем площади Ω_i грузовой эпюры и определяем положение центров их тяжести.

Под центрами тяжести площадей Ω_i в эпюре $\bar{M}_K$ определяем ординаты $\bar{\eta}_i$.

Тогда

$$\Delta_{ст} = M_Q \times \bar{M}_K = \frac{1}{EI_x}(\Omega_1\bar{\eta}_1 + \Omega_2\bar{\eta}_2),$$

где в силу симметрии имеем $\Omega_1 = \Omega_2 = \frac{1}{2}\frac{Ql}{4}\frac{l}{2} = \frac{Ql^2}{16}, \quad \bar{\eta}_1 = \bar{\eta}_2 = \frac{l}{6},$

так что

$$\Delta_{ст} = \frac{1}{EI_x}\cdot 2\frac{Ql^2}{16}\frac{l}{6} = \frac{Ql^3}{48EI_x}.$$

Изгибная жесткость стальной балки в данном случае EI_x = $2\cdot10^4$ кН/см^2 $\cdot 13380$ см^4 = $2{,}776\cdot10^8$ кНсм^2 и, следовательно, при $Q = M\cdot g$ = 3568 кг$\cdot$9,81 м/с^2 = 35000 Н = 35 кН.

$$\Delta_{ст} = \frac{35\text{ кН}\cdot(4\cdot10^2)^3\text{ см}^3}{48\cdot2{,}776\cdot10^8\text{ кНсм}^2} = 0{,}168\text{ см}.$$

Круговая частота собственных колебаний системы

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta_{ст}}} = \sqrt{\frac{981}{0{,}168}} = 76{,}4\, c^{-1}.$$

Частота вынужденных колебаний (при n = 560 об/мин)

$$\Theta = \frac{\pi n}{30} = \frac{3{,}142\cdot560}{30} = 58{,}65\text{ с}^{-1}.$$

Отношение частот вынужденных и собственных колебаний

$$\frac{\Theta}{\omega} = \frac{58{,}65}{76{,}4} = 0{,}768 > 0{,}75.$$

Это означает, что система вошла в запретную зону резонансов. Как быть? Конструктор может заменить материал балки (что проблематично), изменить место крепления груза на балке (что чаще всего не допускается), изменить жесткость балки, т. е. принять балку иного сечения. Последнее чаще всего и делается.

Изменим сечение, приняв двутавр № 40 (I_x = 19062 см^4; W_x = 953 см^3).
Тогда:

$$\Delta_{ст} = \frac{35\,кН \cdot (4 \cdot 10^2)^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 19062} = 0{,}122\ см,$$

а круговая частота собственных колебаний системы

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta_{ст}}} = \sqrt{\frac{981}{0{,}122}} = 89{,}67\ с^{-1}\ и$$

$$\boxed{\frac{\Theta}{\omega} = \frac{58{,}65}{89{,}67} = 0{,}65\ {}_{\text{-}}\ 0{,}75.}$$

отношение частот вынужденных и собственных колебаний

из зоны резонансов вышли.

3. Проверка прочности балки:

$$\boxed{max\,\sigma_{дин} = max\sigma_{ст} \cdot K_{дин} \le [\sigma_{дин}],}$$

где $K_{дин} = 1 + \frac{\Delta_{ст}(I)}{\Delta_{ст}(Q)}\mu = 1 + \frac{I}{Q}\mu$

(отношение статических прогибов здесь вполне можно заменить отношением сил, их вызвавших, ибо в линейно деформируемых системах перемещения Δ пропорциональны силам).

Центробежная сила инерции $\bar{I}$ равномерно вращающейся массы m =698,6 кг равна $\bar{I} = m\Theta^2 e = 698{,}6 \cdot 58{,}65^2 \cdot 0{,}25 \cdot 10^{-2} = 6008\ Н \approx 6\ кН.$ В свою очередь коэффициент нарастания колебаний

$$|\mu| = \frac{1}{1 - \left(\frac{\Theta}{\omega}\right)^2} = \frac{1}{1 - (0{,}654)^2} = \frac{1}{0.572} = 1{,}748.$$

так что

$$K_{дин} = 1 + \frac{6}{35} \cdot 1{,}748 \approx 1{,}3.$$

Тогда

$$max\sigma_{дин} = \frac{maxM_x}{W_x} \cdot K_{дин} = \frac{Ql}{4W_x} \cdot K_{дин} = \frac{35 \cdot 4 \cdot 10^2}{4 \cdot 953} \cdot 1{,}3 = 4{,}77\ \frac{кН}{см^2} = 47{,}7\ МПа\ \le [\sigma_{дин}].$$